1. Título: "El rol de los modelos no estándar en las teorías de la verdad"

2. Objetivos:
2.1. Objetivos específicos:
- Relevar y discutir críticamente las teorías de la verdad derivadas de Tarski (1933), Kripke (1975), Field (2008) y otras teorías.
- Analizar con detalle las características principales de los modelos no estándar de la aritmética, en particular de la aritmética de Peano.
- Estudiar el rol de los modelos no estándar de la aritmética en vinculación con teorías que pretenden representar su propio predicado veritativo.
- Examinar las teorías revisionistas de la verdad (Gupta y Belnap (1993)).
- Comparar las teorías revisionistas de la verdad con los enfoques paracompletos, particularmente los derivados de la teoría de Field (2008).
- Evaluar si existen teorías que brinden una respuesta satisfactoria a las paradojas semánticas.

2.2. Objetivos generales:
- Contribuir a la discusión general vinculada con la plausibilidad de postular teorías que representen su propio predicado veritativo.
- Analizar las limitaciones de las teorías que se han propuesto y discutir posibles soluciones a dichas limitaciones.

3. Antecedentes:
3.1. Marco teórico:
El campo de estudio vinculado con el trabajo sobre teorías que pretenden representar su propio predicado veritativo (conocidas como "teorías de la verdad") es amplio y complejo. Tarski (1933, 1956) es considerado el primero en intentar dar una definición extensional del concepto de verdad. Según el autor, el célebre "esquema-T" es una definición general de la extensión de la verdad, mientras que cada instancia particular debe ser considerada una definición parcial de dicho concepto. Sin embargo, Tarski mostró que la pretensión de adoptar la lógica clásica como lógica subyacente para formular una teoría que represente su propio predicado veritativo, dentro de ella, y que cumpla el principio de transparencia implica la inconsistencia de la teoría (y por lo tanto su trivialización). Este resultado es conocido como "teorema de la indefinibilidad de la verdad". La solución ideada por el propio Tarski para evitar la trivialización consistió en montar una serie de lenguajes estructurados jerárquicamente. Así, logró representar el predicado veritativo de un lenguaje, en otro lenguaje superior en la jerarquía, mediante el "tipeo" de dicho predicado. Esta solución tiene la ventaja de no abandonar ni modificar la lógica clásica, ni renunciar a la pretensión de definir el concepto de verdad mediante el esquema-T. Sin embargo, el hecho de que, para hacerlo, sea necesario postular una serie infinita de lenguajes estructurados jerárquicamente, ha incitado una amplia discusión a lo largo de la segunda mitad del siglo pasado. En este sentido, mediante la adopción de esquemas de valuación no clásicos (*kleene* débil y *kleene* fuerte) y el reemplazo de la semántica tarskiana, por una semántica de puntos fijos, Kripke (1975) logró caracterizar una teoría que representa su propio predicado veritativo sin introducir jerarquías de lenguaje. El costo a pagar por la teoría de puntos fijos kripkeana es el abandono de la lógica clásica. Además, la teoría kripkeana adolece de las conocidas "venganzas" o paradojas reforzadas. Esto es, si bien se logra dar una solución a las paradojas relacionadas con el predicado veritativo, debido a los términos semánticos que introduce la teoría es posible formular nuevas paradojas.
Debido, entre otras cosas, a estos inconvenientes, desde la aparición de la teoría de Kripke se sucedieron trabajos que intentaron afrontar el problema desde un nuevo

enfoque. Como consecuencia de los trabajos de Gupta (1982), Herzberger (1982), Belnap (1982) y McGee (1991), Gupta y Belnap (1993) dieron forma acabada a una nueva perspectiva conocida como “teorías revisionistas de la verdad”. Los objetivos de esta teoría son: no renunciar a la lógica clásica, no adoptar jerarquías de lenguaje, trabajar con esquemas de valuación bivalentes, no limitar el poder expresivo del lenguaje y no abandonar las intuiciones respecto del comportamiento del predicado veritativo (en particular, el predicado veritativo debe ser transparente). Así planteados sus objetivos pareciera aplicársele el teorema de la indefinibilidad de la verdad. Sin embargo, los teóricos de la revisión reemplazan la semántica estática tarskiana y kripkeana por una semántica dinámica, consistente en esquemas de revisión. A su vez, definen el concepto de verdad como un concepto circular. En este sentido, se abandona la formalización clásica del esquema-T como una serie de bicondicionales. En su trabajo, Gupta y Belnap presentan una teoría de la verdad que representa del modo pretendido el comportamiento del predicado veritativo dentro de la teoría: $T^{\#}_{M}$. La teoría $T^{\#}_{M}$ introduce el concepto de “cercanamente establemente verdadero” como valor designado. Debido a las características de la extensión del predicado veritativo, el conjunto $V^{\#}_{N}$, definido como el conjunto de oraciones válidas en $T^{\#}$ en el modelo estándar de la aritmética resulta ω-inconsistente. Si bien la teoría no es inconsistente, es decir existen modelos que hacen verdaderas a las oraciones de la teoría, sin embargo ninguno de esos modelos es isomórfico al modelo estándar. Cabe destacar que el conjunto $V^{\#}_{N}$ no es recursivo. Por los teoremas de incompletitud de Gödel, por ser completo dicho conjunto, no puede ser axiomatizable. Sin embargo, existe una teoría axiomática vinculada con $V^{\#}_{N}$: FS. Friedman y Sheard (1987) postularon la teoría axiomática FS formulada en lógica clásica de primer orden, como extensión de la aritmética de Peano (y de la teoría axiomática T(PA)). En dicha teoría, se logra hacer completa a la aritmética (es una extensión no conservativa de la aritmética de Peano) y el predicado veritativo interactúa del modo pretendido con todos los conectivos de la lógica. Sin embargo, como consecuencia de un teorema probado por McGee (1985) dicha teoría también resulta ω-inconsistente. Otra de las teorías de la verdad que cabe mencionarse es la resultante de utilizar como lógica subyacente a la lógica de Łukasiewicz: $Ł_{\infty}$. Dicha lógica no acepta ni *reductio* ni contracción, bloqueando las paradojas semánticas. Sin embargo, Restall (1992) mostró que dicha teoría, a pesar de tener otra lógica subyacente, también es ω-inconsistente.

Baste mencionar que una teoría es ω-inconsistente si y sólo si sus modelos son modelos no estándar (no isomórficos al modelo estándar). La primera prueba de la existencia de modelos no estándar de la aritmética se atribuye a Skolem (1933). La idea intuitiva es que la interpretación de los símbolos no lógicos de la teoría es estructuralmente distinta que la correspondiente al modelo estándar. Actualmente, el estudio acerca de los modelos no estándar de la aritmética, en particular de la aritmética de Peano, configura un campo en sí mismo, por ejemplo lógicos como Kaye (1991), Kossak (2006), entre otros, se han ocupado específicamente de estos temas. Mi tesis de licenciatura ha tratado en particular sobre este tópico (Da Ré (2014)).

Así las cosas, la pregunta que surge es si una teoría de la verdad aceptable puede ser ω-inconsistente. Entre otros, Barrio (2010) dio argumentos en contra de adoptar teorías de la verdad ω-inconsistentes, debido principalmente, al rol que juegan dichos modelos en la modificación de la ontología de los dominios de interpretación.

Cabe mencionarse que Field (2008), utilizando técnicas de las teorías de la revisión y de la semántica kripkeana, propuso una teoría de la verdad rival de la teoría revisionista de la verdad. Como rasgo principal, la teoría de Field es paracompleta (no acepta, entre otros, el principio de tercero excluido) y define un nuevo condicional en el lenguaje. Como ventaja, la teoría de Field no acepta modelos no estándar.

3.2. Hipótesis de trabajo:

- Un estudio profundo de los modelos no estándar de la aritmética puede echar luz al análisis de su adecuación para formular teorías de la verdad.
- La semántica revisionista es la mejor opción disponible para representar el predicado veritativo sin abandonar la lógica clásica, capturando los principios intuitivos del concepto de verdad, sin postular una jerarquía de lenguajes.
- Las teorías revisionistas son inmunes a las paradojas semánticas.
- Es imprescindible estudiar con rigor los límites y virtudes de este enfoque en detrimento de otras teorías de la verdad, como la teoría paracompleta de Field (2008).

4. Actividades y metodología:

4.1 Desarrollo temático:

PARTE A: Introducción a teorías de la verdad.
A1. Representación del predicado veritativo: condiciones necesarias y problemas filosóficos.
A2. Lógica clásica de primer orden y lógicas rivales: motivaciones conceptuales.
A3. Autorreferencia y paradojas semánticas: paradoja del mentiroso, paradoja de Curry y paradoja de Yablo.
A4. Aritmética de Peano y teorema de la indefinibilidad de la verdad.
PARTE B: Modelos no estándar de la aritmética.
B1. Existencia de los modelos no estándar de la aritmética.
B2. Problemas filosóficos asociados a los modelos no estándar de la aritmética.
B3. Propiedades técnicas de los modelos no estándar de la aritmética.
B4. Teorema de Tennenbaum y computabilidad.
PARTE C: Teorías de la verdad propuestas
C1. Teoría tarskiana de la verdad: jerarquía de lenguajes. Discusiones conceptuales.
C2. Teoría kripkeana de la verdad: abandono de la lógica clásica. Discusiones técnicas y conceptuales.
C3. Teorías revisionistas de la verdad: semánticas dinámicas. Críticas y virtudes.
C4. Teoría de la verdad de Field (2008). Críticas y virtudes.
C5. Otras teorías de la verdad.
C6. Teorías axiomáticas de la verdad.
PARTE D: Críticas a las teorías presentadas.
D1. ¿Están exentas de paradojas reforzadas todas las teorías propuestas?
D2. ¿Cómo interactúan los modelos no estándar con el predicado veritativo?
D3. ¿Es posible considerar como adecuadas teorías de la verdad ω-inconsistentes?
D4. Interpretación pretendida del predicado veritativo.
PARTE E: Posibles soluciones.
E1. Exploración de posibles soluciones a las limitaciones de las teorías estudiadas.
E2. Búsqueda de criterios para caracterizar como adecuada a una teoría de la verdad.
E3. Discusión en torno de otras teorías propuestas.

4.2 Actividades:

Etapa 1: Lectura de la bibliografía relacionada con los conceptos generales de teorías aritméticas y paradojas semánticas (PARTE A).
Etapa 2: Profundización de las nociones vinculadas con los modelos no estándar de la aritmética, iniciados con mi tesis de Licenciatura (Da Ré (2014)). Discusión de aspectos técnicos (PARTE B).
Etapa 3: Análisis de las teorías de la verdad más importantes. Producción de textos críticos sobre las posturas relevadas. (PARTES C y D).
Etapa 4: Estudio de la relación de los modelos no estándar de la aritmética y la interpretación del predicado veritativo. Examen de posibles soluciones a los problemas hallados y formulación de posturas propias (PARTES D y E).

Etapa 5: Síntesis de los resultados alcanzados y condensación de los trabajos realizados en la escritura de la tesis de doctorado.

4.3. Metodología:

Se llevarán a cabo las siguientes tareas:

- Relevamiento de la bibliografía señalada en el presente plan y análisis crítico.
- Reconstrucción de los argumentos principales vinculados con los objetivos y las hipótesis de la presente investigación.
- Reuniones asiduas con el director del proyecto y presentación y discusión de resultados parciales.
- Asistencia a reuniones académicas (congresos, seminarios, jornadas y coloquios) vinculadas con la presente investigación.
- Participación, en calidad de expositor, en jornadas, coloquios, congresos y seminarios a los fines de presentar los resultados obtenidos.
- Elaboración de artículos para su presentación en revistas especializadas en el área.

5. Factibilidad:

El lugar de trabajo es el Instituto de Investigaciones Filosóficas - SADAF (unidad asociada al CONICET). Tiene una larga tradición en investigación en el área de filosofía, y en particular en el área de lógica. En la historia reciente de SADAF han trabajado prestigiosos lógicos como Carlos Alchourron, Gregorio Klimovsky, Raul Orayen y Horacio Arlo Costa. El instituto ha sido visitado recientemente por importantes investigadores en el área destacándose la presencia de Kripke, Field, Cook, Leitgeb, Halbach y Ketland (autores citados en la bibliografía). El director propuesto para esta beca es: Director (junto con Volker Halbach – University of Oxford) del proyecto de cooperación “Truth, Open-endedness and Inexpressibility” de la British Academy, Latin America/Caribbean Link Programme, programación 2012-2013; Director (junto a Hannes Leitgeb - MCMP - LMU München) del proyecto de cooperación "Truth, Paradoxes and Modalities" de la DAAD-MinCyT, DA/12/01, programación 2013-2014. La sede de ambos proyectos es el Instituto de Investigaciones Filosóficas-SADAF. Por otro lado, ha desempeñado en el Instituto actividades tales como: *Segundo Workshop Buenos Aires-Oxford, Tema: Truth, Paradoxes and Inexpressibility*, abril de 2013; miembro del Comité académico del *Workshop Tributo a Horacio Arló Costa,* agosto de 2012 y organizador del *Workshop Truth and Paradox,* julio de 2012. A su vez, el lugar cuenta con una importante biblioteca, una hemeroteca con accesos electrónicos a las bases del MINCYT, varias salas de seminario, equipos de computación, proyectores, impresoras (una con escáner) e internet inalámbrico. Debido a la actualidad del debate, probablemente, se añadirá bibliografía a la ya establecida en el plan. Para eso, se posee acceso a la Biblioteca y al Centro de Documentación Bibliográfica de la Sociedad Argentina de Análisis Filosófico.

6. Referencias Bibliográficas.

1. Bacon, A. (2013). Curry’s Paradox and ω-Inconsistency. *Studia Logica,* 101: pp. 1-9.
2. Barrio, E. (1998). *La Verdad Desestructurada,* Buenos Aires: Eudeba.
3. Barrio, E. (2010). Theories of Truth without Standard Models and Yablo’s Sequences. *Studia Logica*, 96: pp. 375-391
4. Barrio E. y Picollo L. (2013). Notes on Ω-Inconsistent Theories of Truth in Second-Order Languages. *The Review of Symbolic Logic,* 6, 733-741.
5. Barrio, E. (Ed.) (2014). *La lógica de la verdad.* Buenos Aires: Eudeba.
6. Beall, J.C. (2007). *Revenge of the Liar*. Oxford: Oxford University Press.
7. Belnap, N. D. (1982). Gupta’s Rule of Revision Theory of Truth. *Journal of Philosophical Logic,* 11: pp. 113-116.

8. Boolos, G., Burgess, J., and Jeffrey, R. (2007). *Computability and Logic*, Cambridge: Cambridge University Press.
9. Chapuis, A. (1996). Alternative Revision Theories of Truth. *Journal of Philosophical Logic,* 25: pp. 399-423.
10. Da Ré, B. (2014). *Discusiones en torno de los modelos no estándar de la aritmética.* Tesis de licenciatura no publicada, UBA, Buenos Aires.
11. Field, H. (2002). Saving Truth Schema from Paradox. *Journal of Philosophical Logic,* 31: pp. 1-27.
12. Field, H. (2008). *Saving Truth from Paradox*. Oxford: Oxford University Press
13. Field, H. (2014). Naïve Truth and unrestricted cuantification: saving truth a whole lot better. *Review of Symbolic Logic,* 7: pp. 147-191.
14. Friedman, H. y Sheard, M. (1987). An axiomatic approach to self-referential truth. *Annals of Pure and Applied Logic*, 33: pp. 1-21.
15. Gupta, A. (1982). Truth and paradox. *Journal of Philosophical Logic,* 11: pp. 1-60.
16. Gupta A. y Belnap N. D. (1993). *The revision Theory of Truth*. Cambridge: MIT Press.
17. Halbach, V. (1994). A System of Consistent and Complete Truth. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 35: pp. 311-327.
18. Halbach, V. (2011). *Axiomatic Theories of Truth*. Cambridge: Cambridege University Press.
19. Herzberger, H. G. (1982). Notes on Naive Semantics. *Journal of Philosophical Logic*, 11, pp. 61-102.
20. Kaye R. (1991). *Models of Peano Arithmetic*. Oxford: Oxford University Press.
21. Kossak, R. y Schmerl, J. H. (2006). *The Structure of Models of Peano Arithmetic.* Oxford: Clarendon Press.
22. Kripke, S. (1975). Outline of a Theory of Truth. *Journal of Philosophy,* 72 (19): pp. 690-716.
23. Leitgeb, H. (2001). Theories of Truth Which Have no Standard Models. *Studia Logica,* 68: pp. 69-87.
24. Leitgeb, H. (2007). What Theories of Truth Should be Like (but Cannot be). *Philosophy Compass,* 2 (2): pp. 276-290.
25. McGee, V. (1985). How Truthlike Can a Predicate Be? A Negative Result. *Journal of Philosophical Logic*, 14: pp. 399-410.
26. McGee, V. (1991). *Truth , Vagueness and Paradox.* Indiannapolis: Hackett.
27. McGee, V. (1992). Maximal Consistent Sets of Instances of Tarski's Schema (T). *Journal of Philosophical Logic,* 21: pp. 235-241.
28. Restall, G. (1992). Arithmetic and truth in Lukasiewicz's infinitely valued logic. *Logic et Analysis*, 303-312.
29. Skolem, T. (1933). Uber die Unmoglichkeit einer Charakterisierung der Zahlenreihe mittels eines endlichen Axiomensystems, *Norsk Matematisk Tidsskrift* ser. 2 no. 1- 12: pp. 73-82. Versión en ingles en T. Skolem. *Selected Works in Logic*. Oslo: Universitets for laget, 1970. (Ed. Fenstad, J. E.)
30. Tarski, A. (1933): "The Concept of Truth in Formalized Languages", en Tarski (1956).
31. Tarski, A. (1944). "The Semantic Conception of Truth and the Foundations of Semantics", en *Philosophy and Phenomenological Research,* Vol. IV. Reimpreso en *Cuadernos de Lógica,* Buenos Aires, Opfyl, 1962.
32. Tarski, A. (1956). *Logic, Semantics, Metamathematics. Papers from 1923 to 1938* (tr. J. H. Woodger). Oxford: Clarendon Press.
33. Yablo, S. (1993). Paradox without self-reference. *Analysis, 53,* 251-252.
34. Yaqub, A. (1993). *The Liar speaks the Truth. A Defense of the Revision Theory of Truth.* Nueva York: Oxford University Press.